Septiembre-Diciembre 2010

Jesús Ravelo

MÉTODO DE PRUEBA POR SEPARACIÓN DE CONJUNCIONES

En estas notas se presenta un método extra de prueba no presentado explícitamente en nuestro libro de texto de Gries & Schneider (aunque sí es usado implícitamente en otros métodos de prueba presentados). El método es muy simple, e intuitivamente es muy claro. Quizá algunas personas hasta lo consideren excesivamente trivial u obvio (lo cual podría ser la razón por la que Gries & Schneider no lo presentan explícitamente); sin embargo, se presenta acá explícitamente pues, según experiencia de quien suscribe, en futuros usos de la lógica por estudiantes de esta asignatura, este método es olvidado (o ignorado).

- METATEOREMA DE CONJUNCIÓN

$X \wedge Y$ es teorema

si y sólo si

X es teorema y Y es teorema

- MÉTODO DE PRUEBA POR SEPARACIÓN DE CONJUNCIONES (INDUCIDO POR EL METATEOREMA ANTERIOR):

Para demostrar $X \wedge Y$, basta con que separadamente se demuestre X y se demuestre Y.

⋮

- la efectividad de este método de prueba (y parcialmente la demostración del metateorema asociado) puede comprobarse de la siguiente forma:

// En caso de que se hayan construido separadamente demostraciones de X y de Y por el método estándar (ver nota ⊛ más adelante) de transformación por igualdad/equivalencia a un axioma o teorema previamente demostrado, o más sencillamente de reducción a <u>true</u>; esto es, se tiene una demostración

$$
\begin{array}{ll}
 & X \\
= & \langle \text{justificación } 0 \ldots \rangle \\
 & E0 \\
= & \langle \text{justificación } 1 \ldots \rangle \\
 & E1 \\
= & \\
 & \vdots \\
= & \langle \text{justificación } n \ldots \rangle \\
 & \text{true}
\end{array}
$$

y otra demostración

$$
\begin{array}{ll}
 & Y \\
= & \langle \text{justificación } 0' \ldots \rangle \\
 & F0 \\
= & \langle \text{justificación } 1' \ldots \rangle \\
 & F1 \\
= & \\
 & \vdots \\
= & \langle \text{justificación } m' \ldots \rangle \\
 & \text{true} \quad ;
\end{array}
$$

podrá entonces construirse la siguiente demostración de $X \wedge Y$ bajo el método estándar:

⋮

⋮

$X \wedge Y$

= < justificación 0..., más leibniz >

$E0 \wedge Y$

= < justificación 1..., más leibniz >

$E1 \wedge Y$

=

⋮

= < justificación n..., más leibniz >

$true \wedge Y$

= < por neutro de conjunción >

Y

= < justificación 0'... >

$F0$

= < justificación 1'... >

$F1$

= ⋮

= < justificación m'... >

true

//

- NOTA (*):

La solidez de cualquier método de prueba reside en la posibilidad de tomar cualquier prueba que se construya bajo el nuevo método y, a partir de ella, construir una prueba bajo el método estándar.

Por lo tanto, si la demostración original de X o de Y hubiese sido construida bajo otro método diferente al estándar, se entiende que ésta podría ser transformada en una prueba bajo el método estándar. De allí que en el análisis de la página anterior sólo se consideren prueba o demostraciones estándares (de reducción a true) //